

Вариант №1

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \frac{1 + x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}; \quad \text{b) } y = \ln \frac{x^2 - 2x - 4}{(x - 1)^2}; \quad \text{c) } y = (2x)^{x \ln x};$$

$$\text{d) } y = \frac{\sin 3x}{2 \sin^2 x \cos x}; \quad \text{e) } y = \operatorname{tg} x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 x + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x; \quad \text{f) } y = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \sqrt{\ln(1 - 3x)}; \quad \text{b) } y = \ln \operatorname{ctg} 3x; \quad \text{c) } y = e^{\sqrt{2x}}; \quad \text{d) } y = \cos^3 2x.$$

3. Определить промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 1.$$

Вариант №2

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \frac{1}{8}(5 - 2x + x^2) \sqrt[3]{(5 + 3x)^2};$$

$$\text{b) } y = x(\arcsin x)^2 - 2x + 2x(\sqrt{1 - x^2}) \arcsin x;$$

$$\text{c) } y = 2^{x \ln x}; \quad \text{d) } y = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2 \sin^2 x} - 2 \ln \sin x;$$

$$\text{e) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}; \quad \text{f) } y = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \arccos \sqrt{\frac{2x}{x^2 + 1}}; \quad \text{b) } y = \left(\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \right)^2;$$

$$\text{c) } y = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} \right)^2; \quad \text{d) } y = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} \sqrt{\ln x}.$$

3. Найти максимум и минимум функции

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12.$$

Вариант №3

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные

функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \frac{1}{x^2} - \operatorname{arctg} x^2; & \text{b) } y &= \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}; \\ \text{c) } y &= 2 \ln(2x - 3\sqrt{1 - 4x^2}) - 6 \arcsin 2x; & \text{d) } y &= (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}; \\ \text{e) } y &= e^{2x}(1 - x^2); & \text{f) } y &= \ln(\cos \sqrt{1 - x}). \end{aligned}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \sqrt[3]{1 - x}; & \text{b) } y &= \sqrt{x \cdot \cos x}; \\ \text{c) } y &= \arccos \frac{1}{1 - x}; & \text{d) } y &= \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}. \end{aligned}$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$$

Вариант №4

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \frac{4x - 2}{\sqrt{4x^2 - 2x + 1}}; & \text{b) } y &= \ln x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) - \frac{\operatorname{arctg} x}{x}; \\ \text{c) } y &= \frac{1}{2 \cos^2 x \cdot \cos 2x}; & \text{d) } y &= \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2}; \\ \text{e) } y &= (\cos x)^{\frac{1}{x}}; & \text{f) } y &= \arccos \sqrt{x}. \end{aligned}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \ln(\sin 3x^2); \quad \text{b) } y = a^{\operatorname{ctg} 3x}; \quad \text{c) } y = \sin^3 x \cdot \cos^3 x; \quad \text{d) } y = \sqrt{x + \sqrt{2x}}.$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 15x - 10.$$

Вариант №5

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \frac{1}{a} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x}; & \text{b) } y &= \frac{2 \sin x + \sin 2x}{2 \sin x - \sin 2x}; \\ \text{c) } y &= 3x^3 \arcsin x + (x^2 + 2)\sqrt{1 - x^2}; & \text{d) } y &= \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1 - x^2}; \end{aligned}$$

$$e) y = (\sin 2x)^{\frac{1}{x}};$$

$$f) y = 5^{x^2 \sin^2 x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}; \quad b) y = \ln \operatorname{ctg} 3x; \quad c) y = \cos(1 - x^2); \quad d) y = \sin^2 x \cdot \sin(x^2).$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

Вариант №6

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$a) y = \sqrt{x} + \ln x - \frac{1}{\sqrt{x}}; \quad b) y = \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2};$$

$$c) y = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}; \quad d) y = \frac{x^4}{4} \left((\ln x)^2 - \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{8} \right);$$

$$e) y = \left(\operatorname{tg}(a^2 - x^2) \right)^2; \quad f) y = (\sin x)^{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \ln \operatorname{tg} 2x; \quad b) y = (\operatorname{arctg} x)^2; \quad c) y = \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}; \quad d) y = e^{\sqrt{x}} \cos x.$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (x-1)^2 (3x^2 + 2x + 7).$$

Вариант №7

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$a) y = \arcsin \frac{x-1}{x}; \quad b) y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right);$$

$$c) y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}; \quad d) y = \sqrt[3]{1 + \sqrt{x}};$$

$$e) y = \ln \sin(ax^2 + bx + c); \quad f) y = (x^2 + 1)^{\frac{1}{x+1}}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = \frac{1}{3} \cos^4 3x$; b) $y = \sqrt[3]{1 + \ln^3 x}$; c) $y = a^{x^2+x+1}$; d) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}$.

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = 7(2x^5 + 3x^3 + 15x - 1)^{-1}.$$

Вариант №8

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

a) $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$; b) $y = \ln \frac{x^4 - 3}{x^4 + 2}$;
c) $y = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2}$; d) $y = \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}$;
e) $y = \arccos \frac{2x+1}{x\sqrt{8}}$; f) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{x^2}$.

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = 3 \ln(x + 2x^2)$; b) $y = (\arccos x)^2$;
c) $y = \frac{e^{x^2} + e^{-x^2}}{e^{x^2} - e^{-x^2}}$; d) $y = (1 + x^2)\sqrt{1 - x^2}$.

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (2x^2 - 2x - 1)e^{-2x}.$$

Вариант №9

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

a) $y = \frac{1 + x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}$; b) $y = \ln \frac{x^2 - 2x - 4}{(x-1)^2}$; c) $y = (2x)^{x \ln x}$;
d) $y = \frac{\sin 3x}{2 \sin^2 x \cos x}$; e) $y = \operatorname{tg} x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 x + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x$; f) $y = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}}$.

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = \sqrt{\ln(1-3x)}$; b) $y = \ln \operatorname{ctg} 3x$; c) $y = e^{\sqrt{2x}}$; d) $y = \cos^3 2x$.

3. Определить промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 1.$$

Вариант №10

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

a) $y = \frac{1}{8}(5 - 2x + x^2) \sqrt[3]{(5 + 3x)^2}$;

b) $y = x(\arcsin x)^2 - 2x + 2x(\sqrt{1 - x^2}) \arcsin x$;

c) $y = 2^{x \ln x}$; d) $y = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2 \sin^2 x} - 2 \ln \sin x$;

e) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; f) $y = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$.

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = \arccos \sqrt{\frac{2x}{x^2 + 1}}$; b) $y = \left(\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \right)^2$;

c) $y = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} \right)^2$; d) $y = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} \sqrt{\ln x}$.

3. Найти максимум и минимум функции

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12.$$

Вариант №11

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

a) $y = \frac{1}{x^2} - \operatorname{arctg} x^2$; b) $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}$;

c) $y = 2 \ln(2x - 3\sqrt{1 - 4x^2}) - 6 \arcsin 2x$; d) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}$;

e) $y = e^{2x}(1 - x^2)$; f) $y = \ln(\cos \sqrt{1 - x})$.

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = \sqrt[3]{1 - x}$; b) $y = \sqrt{x \cdot \cos x}$;

$$\text{c) } y = \arccos \frac{1}{1-x}; \quad \text{d) } y = \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}.$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$$

Вариант №12

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \frac{4x-2}{\sqrt{4x^2-2x+1}}; \quad \text{b) } y = \ln x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) - \frac{\operatorname{arctg} x}{x};$$

$$\text{c) } y = \frac{1}{2 \cos^2 x \cdot \cos 2x}; \quad \text{d) } y = \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2};$$

$$\text{e) } y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}; \quad \text{f) } y = \arccos \sqrt{x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \ln(\sin 3x^2); \quad \text{b) } y = a^{\operatorname{ctg} 3x}; \quad \text{c) } y = \sin^3 x \cdot \cos^3 x; \quad \text{d) } y = \sqrt{x + \sqrt{2x}}.$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 15x - 10.$$

Вариант №13

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \frac{1}{a} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x}; \quad \text{b) } y = \frac{2 \sin x + \sin 2x}{2 \sin x - \sin 2x};$$

$$\text{c) } y = 3x^3 \arcsin x + (x^2 + 2) \sqrt{1 - x^2}; \quad \text{d) } y = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1 - x^2};$$

$$\text{e) } y = (\sin 2x)^{\frac{1}{x}}; \quad \text{f) } y = 5^{x^2 \sin^2 x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}; \quad \text{b) } y = \ln \operatorname{ctg} 3x; \quad \text{c) } y = \cos(1 - x^2); \quad \text{d) } y = \sin^2 x \cdot \sin(x^2).$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}.$$

Вариант №14

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \sqrt{x} + \ln x - \frac{1}{\sqrt{x}}; \quad \text{b) } y = \frac{1}{2}a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - x^2};$$

$$\text{c) } y = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}; \quad \text{d) } y = \frac{x^4}{4} \left((\ln x)^2 - \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{8} \right);$$

$$\text{e) } y = \left(\operatorname{tg}(a^2 - x^2) \right)^2; \quad \text{f) } y = (\sin x)^{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \ln \operatorname{tg} 2x; \quad \text{b) } y = (\operatorname{arctg} x)^2; \quad \text{c) } y = \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}; \quad \text{d) } y = e^{\sqrt{x}} \cos x.$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (x-1)^2(3x^2 + 2x + 7).$$

Вариант №15

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \arcsin \frac{x-1}{x}; \quad \text{b) } y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right);$$

$$\text{c) } y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}; \quad \text{d) } y = \sqrt[3]{1 + \sqrt{x}};$$

$$\text{e) } y = \ln \sin(ax^2 + bx + c); \quad \text{f) } y = (x^2 + 1)^{\frac{1}{x+1}}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \frac{1}{3} \cos^4 3x; \quad \text{b) } y = \sqrt[3]{1 + \ln^3 x}; \quad \text{c) } y = a^{x^2+x+1}; \quad \text{d) } y = \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}.$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = 7(2x^5 + 3x^3 + 15x - 1)^{-1}.$$

Вариант №16

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}; & \text{b) } y = \ln \frac{x^4 - 3}{x^4 + 2}; \\ \text{c) } y = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2}; & \text{d) } y = \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 - 1}}; \\ \text{e) } y = \arccos \frac{2x+1}{x\sqrt{8}}; & \text{f) } y = (\operatorname{tg} 2x)^{x^2}. \end{array}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = 3 \ln(x + 2x^2); & \text{b) } y = (\arccos x)^2; \\ \text{c) } y = \frac{e^{x^2} + e^{-x^2}}{e^{x^2} - e^{-x^2}}; & \text{d) } y = (1 + x^2)\sqrt{1 - x^2}. \end{array}$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (2x^2 - 2x - 1)e^{-2x}.$$

Вариант №17

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{1 + x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}; & \text{b) } y = \ln \frac{x^2 - 2x - 4}{(x-1)^2}; & \text{c) } y = (2x)^{x \ln x}; \\ \text{d) } y = \frac{\sin 3x}{2 \sin^2 x \cos x}; & \text{e) } y = \operatorname{tg} x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 x + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x; & \text{f) } y = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}}. \end{array}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \sqrt{\ln(1 - 3x)}; \quad \text{b) } y = \ln \operatorname{ctg} 3x; \quad \text{c) } y = e^{\sqrt{2x}}; \quad \text{d) } y = \cos^3 2x.$$

3. Найти максимум и минимум функции

$$f(x) = \frac{7}{2x^5 + 3x^3 - 15x - 1}.$$

Вариант №18

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

a) $y = \frac{1}{8}(5 - 2x + x^2) \sqrt[3]{(5 + 3x)^2}$;

b) $y = x(\arcsin x)^2 - 2x + 2x(\sqrt{1 - x^2}) \arcsin x$;

c) $y = 2^{x \ln x}$; d) $y = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2 \sin^2 x} - 2 \ln \sin x$;

e) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; f) $y = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$.

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = \arccos \sqrt{\frac{2x}{x^2 + 1}}$; b) $y = \left(\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \right)^2$;

c) $y = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} \right)^2$; d) $y = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} \sqrt{\ln x}$.

3. Найти максимум и минимум функции

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12.$$

Вариант №19

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

a) $y = \frac{1}{x^2} - \operatorname{arctg} x^2$; b) $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}$;

c) $y = 2 \ln(2x - 3\sqrt{1 - 4x^2}) - 6 \arcsin 2x$; d) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}$;

e) $y = e^{2x}(1 - x^2)$; f) $y = \ln(\cos \sqrt{1 - x})$.

2. Вычислить дифференциалы функций:

a) $y = \sqrt[3]{1 - x}$; b) $y = \sqrt{x \cdot \cos x}$;

c) $y = \arccos \frac{1}{1 - x}$; d) $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$.

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$$

Вариант №20

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$a) y = \frac{4x - 2}{\sqrt{4x^2 - 2x + 1}}; \quad b) y = \ln x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) - \frac{\operatorname{arctg} x}{x};$$

$$c) y = \frac{1}{2 \cos^2 x \cdot \cos 2x}; \quad d) y = \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2};$$

$$e) y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}; \quad f) y = \arccos \sqrt{x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \ln(\sin 3x^2); \quad b) y = a^{\operatorname{ctg} 3x}; \quad c) y = \sin^3 x \cdot \cos^3 x; \quad d) y = \sqrt{x + \sqrt{2x}}.$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 15x - 10.$$

Вариант №21

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$a) y = \frac{1}{a} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x}; \quad b) y = \frac{2 \sin x + \sin 2x}{2 \sin x - \sin 2x};$$

$$c) y = 3x^3 \arcsin x + (x^2 + 2)\sqrt{1 - x^2}; \quad d) y = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1 - x^2};$$

$$e) y = (\sin 2x)^{\frac{1}{x}}; \quad f) y = 5^{x^2 \sin^2 x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}; \quad b) y = \ln \operatorname{ctg} 3x; \quad c) y = \cos(1 - x^2); \quad d) y = \sin^2 x \cdot \sin(x^2).$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

Вариант №22

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = \sqrt{x} + \ln x - \frac{1}{\sqrt{x}}; & \text{b) } y = \frac{1}{2}a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - x^2}; \\ \text{c) } y = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}; & \text{d) } y = \frac{x^4}{4} \left((\ln x)^2 - \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{8} \right); \\ \text{e) } y = \left(\operatorname{tg}(a^2 - x^2) \right)^2; & \text{f) } y = (\sin x)^{\sqrt{1-x^2}}. \end{array}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \ln \operatorname{tg} 2x; \quad \text{b) } y = (\operatorname{arctg} x)^2; \quad \text{c) } y = \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}; \quad \text{d) } y = e^{\sqrt{x}} \cos x.$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (x-1)^2(3x^2 + 2x + 7).$$

Вариант №23

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = \arcsin \frac{x-1}{x}; & \text{b) } y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right); \\ \text{c) } y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}; & \text{d) } y = \sqrt[3]{1 + \sqrt{x}}; \\ \text{e) } y = \ln \sin(ax^2 + bx + c); & \text{f) } y = (x^2 + 1)^{\frac{1}{x+1}}. \end{array}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \frac{1}{3} \cos^4 3x; \quad \text{b) } y = \sqrt[3]{1 + \ln^3 x}; \quad \text{c) } y = a^{x^2+x+1}; \quad \text{d) } y = \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}.$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = 7(2x^5 + 3x^3 + 15x - 1)^{-1}.$$

Вариант №24

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}; \quad \text{b) } y = \ln \frac{x^4 - 3}{x^4 + 2};$$

$$\begin{aligned} \text{c) } y &= \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2}; & \text{d) } y &= \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}; \\ \text{e) } y &= \arccos \frac{2x+1}{x\sqrt{8}}; & \text{f) } y &= (\operatorname{tg} 2x)^{x^2}. \end{aligned}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= 3 \ln(x + 2x^2); & \text{b) } y &= (\arccos x)^2; \\ \text{c) } y &= \frac{e^{x^2} + e^{-x^2}}{e^{x^2} - e^{-x^2}}; & \text{d) } y &= (1+x^2)\sqrt{1-x^2}. \end{aligned}$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (2x^2 - 2x - 1)e^{-2x}.$$

Вариант №25

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \frac{1+x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}}; & \text{b) } y &= \ln \frac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}; & \text{c) } y &= (2x)^{x \ln x}; \\ \text{d) } y &= \frac{\sin 3x}{2 \sin^2 x \cos x}; & \text{e) } y &= \operatorname{tg} x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 x + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x; & \text{f) } y &= \sqrt{\frac{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg} \frac{x}{2}}}. \end{aligned}$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \sqrt{\ln(1-3x)}; \quad \text{b) } y = \ln \operatorname{ctg} 3x; \quad \text{c) } y = e^{\sqrt{2x}}; \quad \text{d) } y = \cos^3 2x.$$

3. Найти максимум и минимум функции

$$f(x) = \frac{7}{2x^5 + 3x^3 - 15x - 1}.$$

Вариант №26

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \frac{1}{8} (5-2x+x^2) \sqrt[3]{(5+3x)^2}; \\ \text{b) } y &= x (\arcsin x)^2 - 2x + 2x (\sqrt{1-x^2}) \arcsin x; \end{aligned}$$

$$c) y = 2^{x \ln x}; \quad d) y = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2 \sin^2 x} - 2 \ln \sin x;$$

$$e) y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}; \quad f) y = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \arccos \sqrt{\frac{2x}{x^2+1}}; \quad b) y = \left(\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \right)^2;$$

$$c) y = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1} \right)^2; \quad d) y = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} \sqrt{\ln x}.$$

3. Найти максимум и минимум функции

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12.$$

Вариант №27

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$a) y = \frac{1}{x^2} - \operatorname{arctg} x^2; \quad b) y = \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x};$$

$$c) y = 2 \ln(2x - 3\sqrt{1-4x^2}) - 6 \arcsin 2x; \quad d) y = (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x};$$

$$e) y = e^{2x}(1-x^2); \quad f) y = \ln(\cos \sqrt{1-x}).$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \sqrt[3]{1-x}; \quad b) y = \sqrt{x \cdot \cos x};$$

$$c) y = \arccos \frac{1}{1-x}; \quad d) y = \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}.$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$$

Вариант №28

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$a) y = \frac{4x-2}{\sqrt{4x^2-2x+1}}; \quad b) y = \ln x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) - \frac{\operatorname{arctg} x}{x};$$

$$\text{c) } y = \frac{1}{2 \cos^2 x \cdot \cos 2x}; \quad \text{d) } y = \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2};$$

$$\text{e) } y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}; \quad \text{f) } y = \arccos \sqrt{x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \ln(\sin 3x^2); \quad \text{b) } y = a^{\text{ctg} 3x}; \quad \text{c) } y = \sin^3 x \cdot \cos^3 x; \quad \text{d) } y = \sqrt{x + \sqrt{2x}}.$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 15x - 10.$$

Вариант №29

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \frac{1}{a} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x}; \quad \text{b) } y = \frac{2 \sin x + \sin 2x}{2 \sin x - \sin 2x};$$

$$\text{c) } y = 3x^3 \arcsin x + (x^2 + 2) \sqrt{1 - x^2}; \quad \text{d) } y = \frac{2}{3} \text{arctg} x + \frac{1}{3} \text{arctg} \frac{x}{1 - x^2};$$

$$\text{e) } y = (\sin 2x)^{\frac{1}{x}}; \quad \text{f) } y = 5^{x^2 \sin^2 x}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$\text{a) } y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}; \quad \text{b) } y = \ln \text{ctg} 3x; \quad \text{c) } y = \cos(1 - x^2); \quad \text{d) } y = \sin^2 x \cdot \sin(x^2).$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

Вариант №30

1. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные функций:

$$\text{a) } y = \sqrt{x} + \ln x - \frac{1}{\sqrt{x}}; \quad \text{b) } y = \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2};$$

$$\text{c) } y = \text{arctg} \frac{x-1}{x+1}; \quad \text{d) } y = \frac{x^4}{4} \left((\ln x)^2 - \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{8} \right);$$

$$e) y = (\operatorname{tg}(a^2 - x^2))^2; \quad f) y = (\sin x)^{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. Вычислить дифференциалы функций:

$$a) y = \ln \operatorname{tg} 2x; \quad b) y = (\operatorname{arctg} x)^2; \quad c) y = \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}; \quad d) y = e^{\sqrt{x}} \cos x.$$

3. Найти экстремум функции

$$f(x) = (x-1)^2(3x^2 + 2x + 7).$$